確率と期待値

Curriki原典

http://www.curriki.org/xwiki/bin/view/Coll\_aeboronczyk/ExpectedValueGameHandout

ゲームの規則

親と子で遊ぶ。

1. 子は最初に１００００円を持っている。
2. ジョーカー2枚が入ったトランプを使う。親はトランプをよく切って、子にカードの表が見えないように裏返ししておく。
3. 子はカードを一枚引いてそれを見せる。
4. カードが黒（スペードかクローバ）なら、カードの数に１００をかけた金額を子は親から貰う。エースは１とする。ジャック。クィーンまたはキングなら１０とする。

もしカードが赤（ダイヤまたはハート）なら逆に子は親に上の金額を払う。

もし子がジョーカーを引いたなら、サイコロを振って出た目に２００を掛けた金額を親から貰う。

1. 子は引いたカードを親に戻し、親はカードを切りなおす。子はゲームを続けるかどうかを決める。
2. ゲームを続けるならステップ３に戻る。ゲームは最大１０回続ける。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 回数 | 引いたカード | 貰った/払った金額 | 手元にある金額 |
| 1 | 　 | 　 | 　 |
| 2 | 　 | 　 | 　 |
| 3 | 　 | 　 | 　 |
| 4 | 　 | 　 | 　 |
| 5 | 　 | 　 | 　 |
| 6 | 　 | 　 | 　 |
| 7 | 　 | 　 | 　 |
| 8 | 　 | 　 | 　 |
| 9 | 　 | 　 | 　 |
| 10 | 　 | 　 | 　 |

ゲームの結果を上の表に書く。

さてゲームの数学的な理論について考えてみよう。

1. 次の表に子がそれぞれのカードを引いたときに得られるまたは支払う金額を書こう。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 黒 | A | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | J | Q | K |
| 金額 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |
| 確率 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |
| 積 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |

積の総和は？

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 赤 | A | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | J | Q | K |
| 金額 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |
| 確率 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |
| 積 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |

積の総和は？

ジョーカーを引いときに出たサイコロの目

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 　 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 金額 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |
| 確率 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |
| 積 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 | 　 |

積の和は？

1. 表にそれぞれのカードを引く確率を書く。トランプは全部で５４枚ある。またサイコロについては、ジョーカーが出る確率も考慮する。
2. 積の欄にはそのカードが出る確率とそのカードが出たときに貰う/支払う金額の積を書く。
3. 積の総和を求める。
4. 3つの積の和を足して。期待値を求める。

期待値は？

期待値の意味は？

親から貰うことができる金額の最大値は？またその確率は？

親から貰うことができる金額の最小値は？またその確率は？

ゲームはしないで１００００円を持ち帰るのと、何回かゲームをするのとで、子はどちらが得だろう？その理由は？